

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY

- Ile jest trzycyfrowych liczb naturalnych:
 - podzielnych przez 3 lub przez 5?
 - podzielnych przez 3 lub przez 6?
 - podzielnych przez 3 i niepodzielnych przez 5?
- Renomowany dom mody sprzedał 40% kolekcji letniej po założonej cenie. Po obniżce ceny o 50% udało się sprzedać połowę pozostałej części towaru i dopiero kolejna 50% - owa obniżka pozwoliła opróżnić magazyny. Ile procent zaplanowanego przychodu stanowi uzyskana ze sprzedaży kwota? O ile procent wyjściowa cena towaru powinna być wyższa, by sklep uzyskał zaplanowany początkowo przychód? Wyniki podać z dokładnością do 1 promila.
- Określić dziedzinę wyrażenia $w(x, y) = \frac{2}{x - y} - \frac{3xy}{x^3 - y^3} - \frac{x - y}{x^2 + xy + y^2}$.
Sprowadzić je do najprostszej postaci i obliczyć $w(1 + \sqrt{2}, (1 + \sqrt{2})^{-1})$.
- Obliczyć sumę wszystkich liczb pierwszych spełniających nierówność $(p - 4)x^2 - 4(p - 2)x - p \leq 0$, gdzie $p = \frac{64^{\frac{1}{3}}\sqrt{8} + 8^{\frac{1}{3}}\sqrt{64}}{\sqrt[3]{64}\sqrt{8}}$.
- Dwa naczynia zawierają w sumie 40 litrów wody. Po przelaniu pewnej części wody pierwszego naczynia do drugiego, w pierwszym naczyniu zostało trzy razy mniej wody niż w drugim. Gdy następnie przelano taką samą część wody drugiego naczynia do pierwszego, okazało się, że w obu naczyniach jest tyle samo płynu. Obliczyć, ile wody było pierwotnie w każdym naczyniu i jaką jej część przelewano.
- Dwie gaźdżiny, pracując razem, mogą wykonać zamówioną partię pisanek w ciągu 7 dni pod warunkiem, że pierwsza z nich rozpocznie pracę o półtora dnia wcześniej niż druga. Gdyby każda z nich pracowała oddzielnie, to druga wykonałaby całą pracę o 3 dni wcześniej od pierwszej. Ile dni potrzebuje każda z kobiet na wykonanie całej pracy?

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

- Ile jest liczb pięciocyfrowych podzielnych przez 9, które w rozwinięciu dziesiętnym mają:
a) obie cyfry 1, 2 i tylko te? b) obie cyfry 1, 3 i tylko te? c) wszystkie cyfry 1, 2, 3 i tylko te? Odpowiedź uzasadnić. W przypadku b) wypisać otrzymane liczby.
- Pan Kowalski zaciągnął 31 grudnia pożyczkę 4000 złotych oprocentowaną w wysokości 18% w skali roku. Zobowiązał się spłacić ją w ciągu roku w trzech równych ratach płatnych 30 kwietnia, 30 sierpnia i 30 grudnia. Oprocentowanie pożyczki liczy się od 1 stycznia, a odsetki od kredytu naliczane są w terminach płatności rat. Obliczyć wysokość tych rat w zaokrągleniu do pełnych groszy.
- Określić dziedzinę wyrażenia
$$w(x, y) = \frac{x}{x^3 + x^2y + xy^2 + y^3} + \frac{y}{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3} + \frac{1}{x^2 - y^2} - \frac{1}{x^2 + y^2} - \frac{x^2 + 2y^2}{x^4 - y^4}.$$

Sprowadzić je do najprostszej postaci i obliczyć $w(\cos 15^\circ, \sin 15^\circ)$.
- Liczba $p = \frac{(\sqrt[3]{54} - 2)(9\sqrt[3]{4} + 6\sqrt[3]{2} + 4) - (2 - \sqrt{3})^3}{\sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})^2}$ jest miejscem zerowym funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wyznaczyć współczynniki a, b, c oraz drugie miejsce zerowe tej funkcji wiedząc, że największą wartością funkcji jest 4, a jej wykres jest symetryczny względem prostej $x = 1$.
- Do zbiornika poprowadzono trzy rury. Pierwsza rura potrzebuje do napełnienia zbiornika o 4 godziny więcej niż druga, a trzecia napełnia cały zbiornik w czasie dwa razy krótszym niż pierwsza. W jakim czasie napełnia zbiornik każda z rur, jeżeli wiadomo, że wszystkie trzy rury otwarte jednocześnie napełniają zbiornik w ciągu 2 godzin i 40 minut?
- Z przystani A wyrusza z biegiem rzeki statek do przystani B, odległej od A o 140 km. Po upływie 1 godziny wyrusza za nim łódź motorowa, dopędza statek, po czym wraca do przystani A w tym samym momencie, w którym statek przybija do przystani B. Znaleźć prędkość biegu rzeki, jeżeli wiadomo, że w stojącej wodzie prędkość statku wynosi 16 km/godz, a prędkość łodzi 24 km/godz.

Rozwiązania zadań z wybranego poziomu (rękopis) prosimy nadsyłać do 28 września 2010 na adres: **Instytut Matematyki i Informatyki
Politechniki Wrocławskiej,
ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27,
50-370 WROCŁAW.**

Na kopercie prosimy zaznaczyć wybrany poziom. Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace nie spełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.wroc.pl/kurs>